

5. 流下液膜蒸発法に関する研究 (No.8901)

外山茂樹(名古屋大学)

〔緒言〕

流下液膜型の蒸発装置では、各種形状の伝熱表面における液膜や液滴形状とその安定性を予測することは、伝熱促進や性能向上を計る上で必要である。ここでは、物体間に懸かる液滴として基本的な、球状固体間の液滴形状と安定性について研究した。また、実用装置への応用として、屋根型太陽熱利用海水淡水化装置について研究した。

〔液膜の形状と安定性に関する理論解析〕

円柱座標系(液面形状： $f(x, \theta)$)を用いて、2つの球体間に形成される液滴のもつポテンシャルエネルギーを、液滴体積(V)一定の拘束条件のもとで最小とする、安定な液滴形状を決定するための無次元化された関数 F を次のように定義する。

$$F = \int_D \sqrt{(f^2 + f_x^2 + f_\theta^2)} dD + \frac{B_0}{3} \int_D f^3 \sin \theta dD + K(V - \frac{1}{2} \int_D f^2 dD) \quad (1)$$

ここで、 $B_0 = (\rho_L - \rho_{air})gr^2/\sigma$ はボンド数、 K はラグランジュ定数である。液滴の平衡形状は、関数 F の第1変分 $\delta F = 0$ とする停留値であり、その形状の安定性は、停留値が最小値すなわち第2変分 $\delta^2 F > 0$ を意味し、その判定は体積一定の拘束条件における固有値問題の最小固有値が正であることと同値である。積分領域($D(x, \theta)$)の $x=0$ 、 $\theta = \pm \pi/2$ における境界条件は対称条件を、また3相接触線は球面上では円形であると仮定して、 8×15 個の4角形に分割し、9節点の形状関数を用いた有限要素法によって数値計算を行った。

〔計算結果〕

水平2球体間の液膜形状に関する計算結果を Fig.-1 に、垂直2球体間の液膜形状に関する計算結果を Fig.-2 に示す。

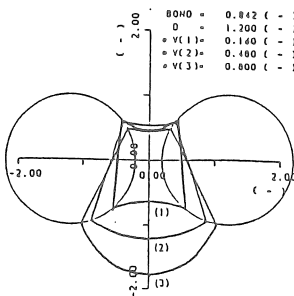


Fig.-1

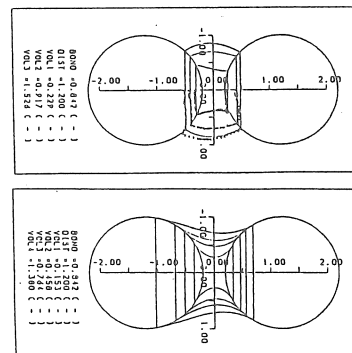


Fig.-2

〔太陽熱利用海水淡水化装置への応用〕

傾斜平板裏面に溝を施し液膜状に流下させる液の供給方法は、屋根型太陽熱利用海水淡水化装置において、メニスカスによって常に海水を効率よく安定に供給できる。そこで、液膜の形状と安定性に関して得られた結果を応用して、溝付き面流下液膜法と太陽熱利用蒸発装置の特性に関する知見を得た。

5. 流下液膜蒸発法に関する研究 (No.8901)

外山 茂樹 (名古屋大学)

1. 研究目的

傾斜または垂直な伝熱面の上に、液を膜状に流下して加熱すると、液深による沸点上昇がないので、小さな温度差で蒸発を行うことができる。また伝熱面に溝などを付けると、液の偏在と対流が活発になって、蒸発および凝縮伝熱が促進される。このような発見から、ここ20年来多くの伝熱促進管が開発され、海水濃縮技術の向上にも貢献している。しかし、基礎的研究の裏付けが十分とはいえず、そのため伝熱面形状の設計は経験によるところが大きく、伝熱促進効果の限界も明らかにされていない。伝熱促進管が、なぜ数倍もの伝熱係数を示すか、その理由として、流下する液が突起や溝に集中して流れることが指摘されている。このことを理論的に理解するために、液膜の形状および安定性について解析した。また、その応用についても研究することを目的として、次のような成果が得られた。

2. 液膜形状に関する理論式

まず、水平に置かれた2つの球体間に形成される、メニスカス形状を計算するための座標系は、Fig.-1のように x 方向の円柱座標系を採用し、平衡形状は $f(x, \theta)$ で与えるものとする。なお3相の接触線は、実験から決定した ϕ_1, ϕ_2 を満足するような円であるものとし、またメニスカス形状は、 $x-y$ 平面および $y-z$ 平面に関して対称なものとして、 $x \geq 0, z \geq 0$ の部分だけを考えることにする。

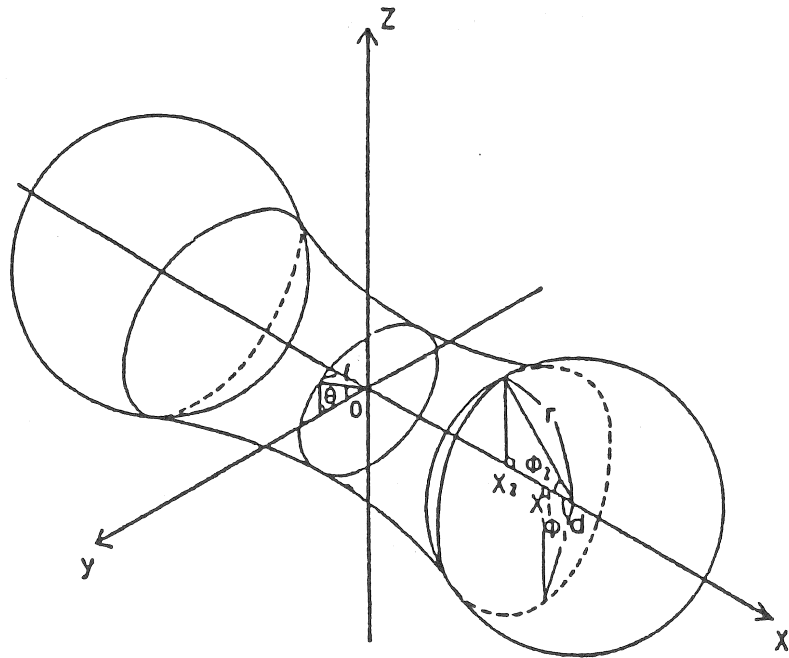


Fig.-1 Co-ordination

このとき液滴のもつ全ポテンシャルエネルギー \hat{E} は、重力と表面張力により次のように表される。

$$\begin{aligned} \hat{E} &= \sigma \int d\hat{S} + \int \Delta \rho g \hat{r} \sin \theta d\hat{V} \\ &= \sigma \int_{\hat{D}} \sqrt{\hat{r}^2 + \hat{r}^2 \hat{r}_x^2 + \hat{r}_0^2} d\hat{b} + \frac{1}{3} \int_{\hat{D}} \Delta \rho g \hat{r}^3 \sin \theta d\hat{D} \end{aligned} \quad (1)$$

また、体積 \hat{V} は次式で与えられる。

$$\hat{V} = \int d\hat{V} = \frac{1}{2} \int_{\hat{D}} \hat{r}^2 d\hat{b} \quad (2)$$

ここで、 σ は表面張力、 $\Delta \rho$ は液と空気の密度差、 g は重力加速度で、 \hat{D} は積分領域を表している。

計算においては、すべての変数を無次元化して行う。代表長さを球半径 \hat{r} として、次のように無次元化する。

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \frac{\hat{r}}{\hat{r}} = 1, \quad d = \frac{\hat{d}}{\hat{r}}, \quad E = \frac{\hat{E}}{\sigma \hat{r}^2}, \quad \bar{V} = \frac{\hat{V}}{\hat{r}^3} \\ f = \frac{\hat{f}}{\hat{r}}, \quad f_0 = \frac{\hat{f}_0}{\hat{r}}, \quad D = \frac{\hat{D}}{\hat{r}} \end{array} \right. \quad (3)$$

従って(1), (2)式は, それぞれ(1)', (2)'式に変換される。

$$E = \int_D \sqrt{f^2 + f^2 f_x^2 + f_0^2} dD + \frac{B_0}{3} \int_D f^3 \sin \theta dD \quad (1)'$$

$$\nabla = \frac{1}{2} \int_D f^2 dD \quad (2)'$$

ここで B_0 はボンド数で, 球半径 \hat{r} の2乗に比例する無次元パラメータである。

$$B_0 = \frac{\Delta \rho g \hat{r}^2}{\sigma} \quad (4)$$

第(2)'式の拘束条件下で, 第(1)'式を最小にするような f が平衡形状を与える。すなわち, 関数 F の第1変分を0とするような変分問題を解くことによって, 平衡形状 f が決定される。

3. 有限要素法による計算法

メニスカス形状を表す $f(x, \theta)$ を決定するため, 積分領域を有限個の矩形要素に分割し, 各要素内の x, θ をそれぞれ $-1 \leq \xi \leq 1, -1 \leq \eta \leq 1$ なる局所座標系 (ξ, η) に変換する。さらに, 各要素に9つの節点を設け, 要素(e)における $x(\xi, \eta), \theta(\xi, \eta)$ および $f(\xi, \eta)$ を, 次のように近似する。

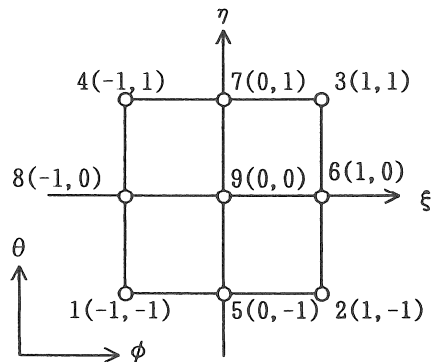


Fig.-2 Segment

$$\left. \begin{aligned} x_{(e)}(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^9 x_{(e)}^i N^i(\xi, \eta) \\ \theta_{(e)}(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^9 \theta_{(e)}^i N^i(\xi, \eta) \\ f_{(e)}(\xi, \eta) &= \sum_{i=1}^9 f_{(e)}^i N^i(\xi, \eta) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 $x_{(e)}^i$ 、 $\theta_{(e)}^i$ はそれぞれ要素 (e) の第 i 番目の節点における x 、 θ の既知節点値であり、 $f_{(e)}^i$ はその点における未知節点値である。

また、 $N^i(\xi, \eta)$ は形状関数で、以下のようにして求めることができる。まず、平衡形状を表す $f(\xi, \eta)$ の近似式を、次のように双 2 次形式で仮定する。

$$\begin{aligned} f(\xi, \eta) &= a_1 + a_2 \xi + a_3 \eta + a_4 \xi^2 + a_5 \xi \eta \\ &\quad + a_6 \eta^2 + a_7 \xi^2 \eta + a_8 \xi \eta^2 + a_9 \xi^2 \eta^2 \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式に節点座標 (ξ, η) とそれに対応する節点値 f^i を代入すると、9 個の代数方程式が得られる。それを解くことによつて、係数 a_1, a_2, \dots, a_9 を、節点値 f^i の関数として求めることができる。しかし、この式は非線形であり、直接解を求めることはできないので、次のようにニュートン反復法を利用して解く。

$$\mathbf{f}^* = \mathbf{f} - \omega \mathbf{P}^{-1} \mathbf{H} \quad (7)$$

ここで ω は緩和係数であり、各反復ごとの修正量を調節するものである。また \mathbf{f} および \mathbf{H} は、(8)、(9) 式に示すような列ベクトルであり、 \mathbf{f}^* は \mathbf{f} の修正値である。

$$\mathbf{f} = (f_0^1, f_0^2, \dots, f_0^n, k_0)^T \quad (8)$$

$$\mathbf{H} = (H^1, H^2, \dots, H^n, H^{n+1})^T \quad (9)$$

以上の式を用いて、 $|f_0^{i*} - f_0^i| < 10^{-5}$ になるまで反復計算を行った。

4. 液膜の安定性解析

(7) 式による反復計算によって、平衡形状 f_0^i を求めることができるが、それが物理的に存在可能(安定)であるかどうかは、 F の第2変分 $\delta^2 F$ の符号を調べなければならない。(8), (9) 式から $\delta^2 F$ を求め、 $\delta^2 F > 0$ ならば平衡形状は安定である。

$$\begin{aligned} \delta^2 F &= \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \right) \Big|_{\varepsilon=0} \\ &= \int_D \{ (f_0^2 + f_0^2 f_{0x}^2 + f_{00}^2)^{-3/2} \{ (1 + f_{0x}^2) f_{00}^2 f_1^2 \\ &\quad + 2(f_0^2 + f_0^2 f_{0x}^2 + 2 f_{00}^2) f_0 f_{0x} f_1 f_{1x} \\ &\quad - 2(1 + f_{0x}^2) f_0 f_{00} f_1 f_{10} + (f_0^2 + f_{00}^2) f_0^2 f_{1x}^2 \\ &\quad - 2 f_0^2 f_{0x} f_{00} f_{1x} f_{10} + (1 + f_{0x}^2) f_0^2 f_{10}^2 \} \\ &\quad + 2 B_0 f_0 f_1^2 \sin \theta - k_0 f_1^2 - 2 k_1 f_0 f_1 \} d b > 0 \quad (10) \end{aligned}$$

f_1 に関する拘束条件および正規化条件は、以下のようになる。

$$\delta V = \int_D f_0 f_1 dD = 0 \quad (11)$$

$$1 - \int_D f_1^2 dD = 0 \quad (12)$$

ここで、(10) 式の不等式は、次のような最小値問題に変換することができる。

$$\lambda_i = \min_{f_1^i(x, \theta)} \frac{\delta^2 F}{\langle f_1^i, f_1^j \rangle} \quad (13)$$

$$\langle f_1^i, f_0 \rangle = 0, \quad \langle f_1^i, f_1^j \rangle = 0, \quad j < i \quad (14)$$

なお $\langle \quad \rangle$ は、次のように定義される。

$$\langle p, q \rangle = \int_p p(x, \theta) q(x, \theta) dD \quad (15)$$

結局、平衡形状が安定になるのは、固有値 λ_i が $\lambda_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots$)

を満足するときである。

5. 計算結果および実測値との比較

5.1 水平な球の間のメニスカス

Fig.-3 は、写真撮影によって測定された、上下 ($\theta = \pm \pi/2$) の3相接触点を用いて、供給液滴体積による平衡なメニスカス形状変化を、Fig.-4 は、計算された平衡形状の安定性を判別する最小固有値 (λ_{min}) の変化を、それぞれ表した計算結果である。固体壁面に形成される液滴の供給液滴量や、ボンド数による平衡形状を計算し、その安定解析によって付着液滴量の限界やその形状を、数値計算によって決定することができた。

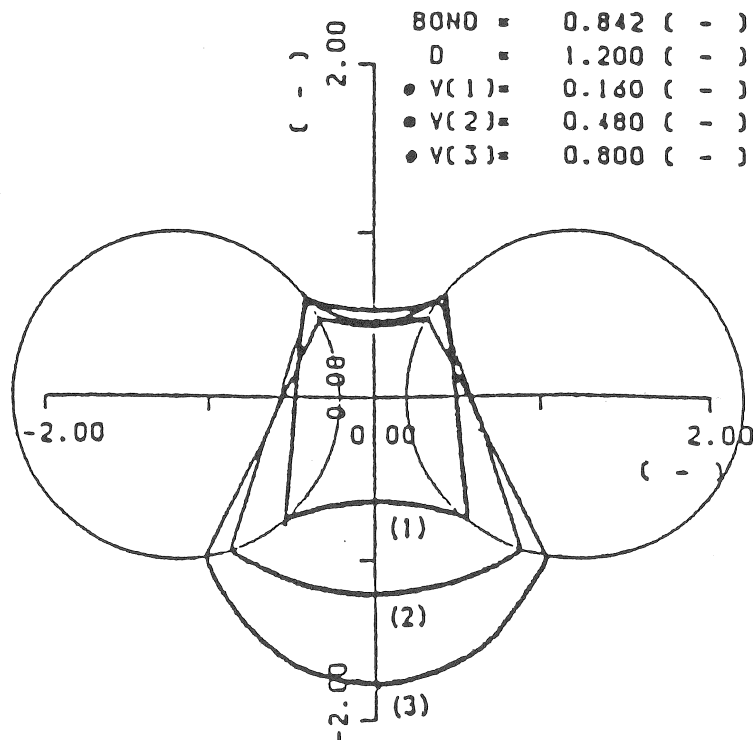


Fig.-3 Shape of meniscus

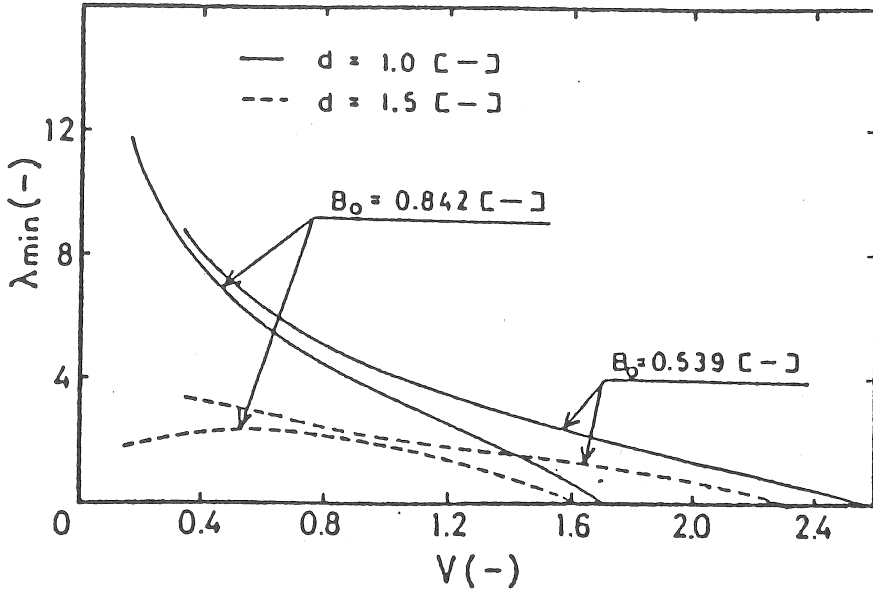


Fig.-4 Stability analysis

5.2 垂直に配置された球の間のメニスカス

固体表面が完全に乾燥している場合について、ボンド数 0.842、球体間距離 2.4 における実験結果と計算結果の比較を Fig.-5 に示す。この実験方法は、5 mm 系の剛体球間にマイクロシリンジにより水を供給し、写真撮影によって 3 相接触線および液滴形状を求め、その接触線を用いて数値計算を行った。液滴形状は実験値とよく一致しており、液滴体積の増加に伴い、水平外方向に凸の形状をなしているが、接触線の移動や重力の影響は小さいことがわかる。

固体表面が完全に濡れている場合について、3 相接触線がゼロとなる計算結果を Fig.-6 に示す。液滴体積の増加に伴い重力の影響が増加し、上下対称の回転体の形から下方の球に垂下していく液滴形状がわかる。また安定形解析から、固体表面が乾燥している場合の方が、最小固有値は大きく、より安定であることがわかる。さらに、付着液滴の毛管力による固体粒子の吸引力について厳密に推定した。

以上のように、水平および垂直な 2 つの球体間に形成される付着液滴形状に対して、有限要素法により平衡形状および安定解析を行い、重力や固体表面の濡れの影響を考慮した、安定な付着液滴形状や液滴量および毛管力を数値解析によって明らかにした。

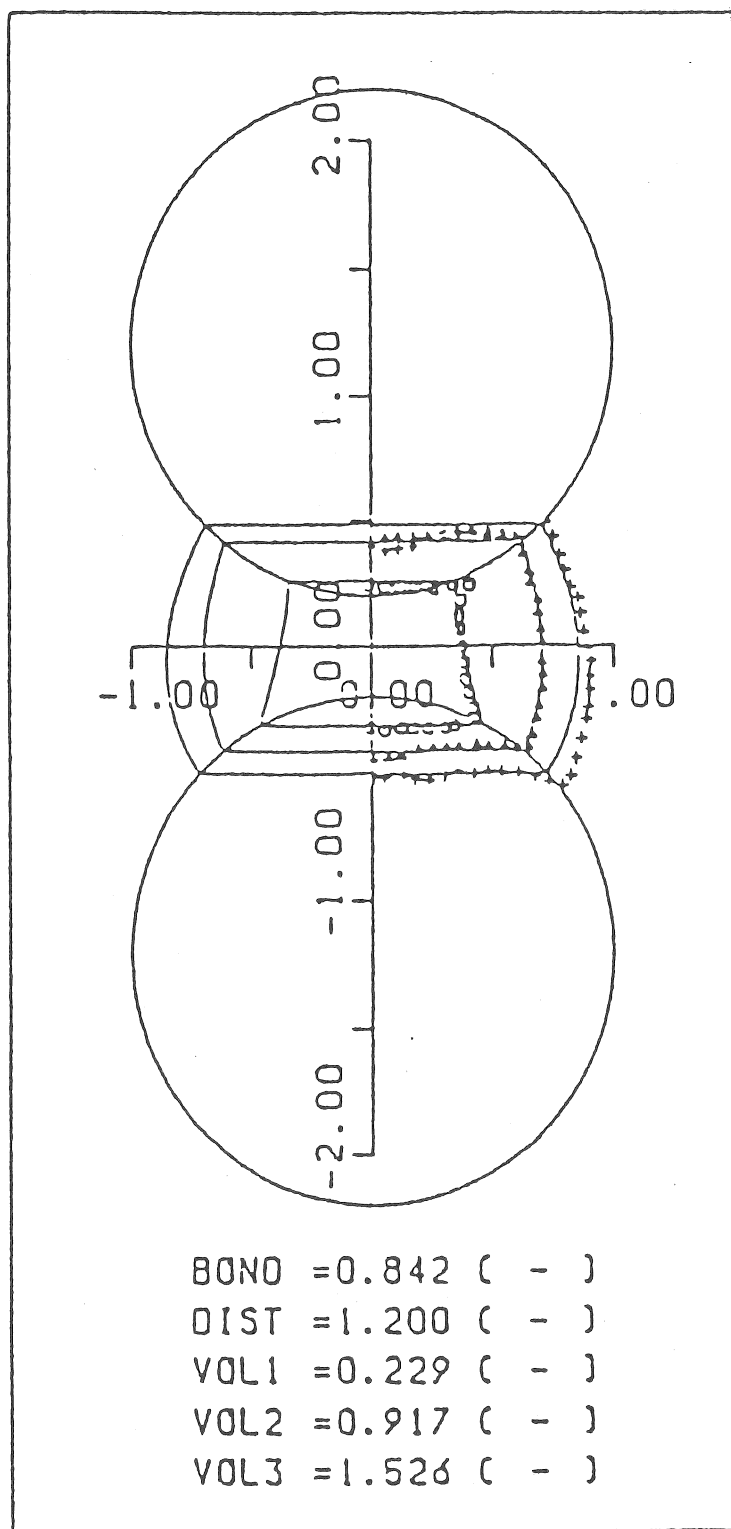


Fig.-5 Meniscus shape for dry solid surface

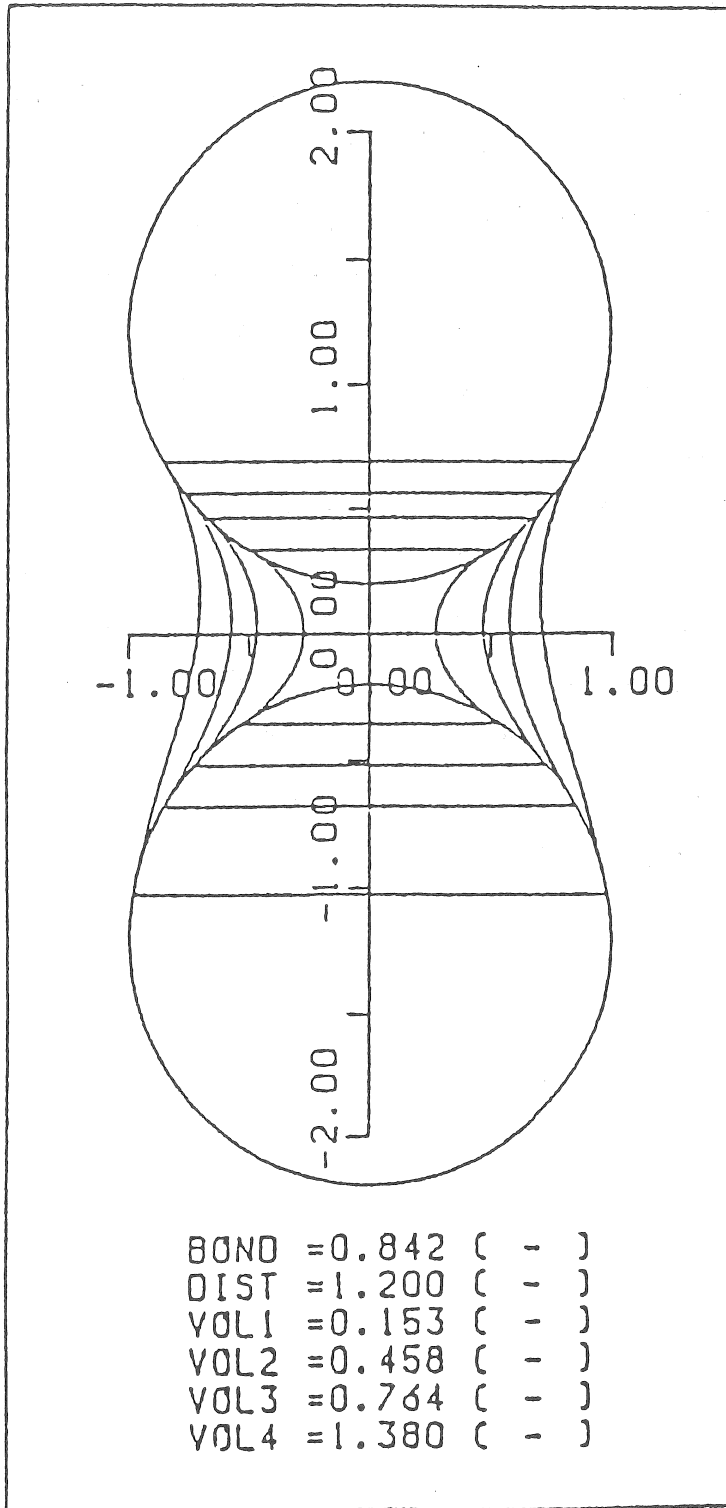


Fig.-6 Meniscus shape for wet solid surface

6. 今後の課題

Scriven らの手法を応用し，球体間に形成されるメニスカスを接触線が円であるものとして，また円柱間に形成されるメニスカスを接触角が0であるものとして，その平衡形状を有限要素法を用いた数値計算から決定した。

その結果，液の体積がかなり小さい場合には重力の影響が小さいため，平衡形状を回転体あるいは対称体として近似することができるが，ある程度液の体積が大きくなると，重力の影響を無視できなくなることがわかった。また，平衡形状が存在可能であるかどうかを調べる，安定性の問題についてもその方法を示した。

これらの結果は，傾斜平板裏面に三角形の溝を施し，液膜状に流下させる液の供給方法として，屋根型太陽熱利用蒸発装置においてメニスカスによって，常に海水を効率よく安定に供給することに応用することができ，検討を始めた。また，太陽電池パネル裏面への応用においては，パネルの冷却効果に繋がり，変換効率を向上させることができる。それゆえに，太陽電池パネルと屋根型太陽熱利用蒸発装置とを，ハイブリッド化した蒸発装置について検討し，溝付き面流下液膜法とハイブリッド装置の特性に関する知見を求めつつある。

Studies on Falling Film Evaporation

Shigeki Toyama, Masaaki Nakamura and Kazunori Murase

(Dept. of Chem. Eng., Nagoya University)

Summary

Heat transfer enhancing surfaces with grooves or fins have been developed and contributed in advancement of sea water evaporators. While, the mechanism of the heat transfer enhancement has not been quantitatively clarified. In this study, shape and stability of falling film was theoretically analyzed and the application to desalting evaporators was investigated.

Force balance equations of a liquid film formed between two spheres (meniscus) was formulated by referring the Scriven's paper, and the shape and stability of the meniscus were calculated by finite element method. The result proved that the meniscus shape could be approximated by rotating bodies or axial symmetry and critical sizes to lost stability after deforming due to gravity force were estimated by attributing the eigenvalue problem.

Calculated results were apply to design triangle grooves below the roof for a solar desalting still. The designed apparatus has successively tested to provide useful data for developing the proposed system.